

**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**  
**ESCUELA DE ESTUDIOS GENERALES**  
(Área de Ingeniería)

**ASIGNATURA:** Cálculo I  
**RESPONSABLE:** Equipo de los docentes de cálculo I  
**CICLO:** 2022-I

**GUÍA DE PRÁCTICA N° 15**

**Tema: Razón de cambio. Aplicaciones a la física: velocidad y aceleración. Incremento y diferencial.**

1. a) Encuentre la razón de cambio media del volumen de un cubo con respecto a la longitud  $x$  de sus lados, cuando  $x$  varía de

(i) 5 a 6 (ii) 5 a 5.1 (iii) 5 a 5.01

- b) Encuentre la razón de cambio instantáneo cuando  $x = 5$

- c) Demuestre que la razón de cambio del volumen de un cubo con respecto a la longitud de su lado (en cualquier  $x$ ) es igual a la mitad del área de la superficie del cubo.

2. a) Encuentre la razón de cambio media del área de un círculo con respecto a su radio  $r$  cuando  $r$  cambia de

(i) 2 a 3 (ii) 2 a 2.5 (iii) 2 a 2.1

- b) Encuentre la razón de cambio instantánea cuando  $r = 2$ .

- c) Demuestre que la razón de cambio del área de un círculo con respecto a su radio (en cualquier valor de  $r$ ) es igual al perímetro del círculo.

3. Al lanzar una piedra a un lago, se crea una onda circular que se desplaza hacia afuera a una velocidad de 60 cm/s. Encuentre la razón a la que el área limitada por el círculo aumenta después de (a) 1s, (b) 3s y (c) 5s.

4. a) El volumen de una célula esférica creciente es  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ , en donde el radio  $r$  se mide en micrómetros ( $1\mu\text{m}=10^{-6}\text{m}$ ). Encuentre la razón de cambio media de  $V$  con respecto a  $r$  cuando  $r$  cambia de (i) 5 a  $8\mu\text{m}$  (ii) 5 a  $6\mu\text{m}$  (iii) 5 a  $5.1\mu\text{m}$

- b) Encuentre la razón de cambio instantáneo de  $V$  con respecto a  $r$  cuando  $r = 5\mu\text{m}$ .

5. Una bola de nieve esférica se derrite de manera que su volumen disminuye a razón de  $1\text{cm}^3/\text{min}$ . ¿A qué velocidad disminuye el diámetro cuando mide 10 cm?

6. Un avión que vuela horizontalmente a una altura de 1 milla y a una velocidad de 500 millas/h pasa directamente sobre una estación de radar. Encuentre la velocidad a la que la

distancia del avión a la estación aumenta cuando el avión se encuentra a 2 millas de la estación.

7. Dos móviles parten de un mismo punto. Uno viaja hacia el sur a 60 mi/h y el otro viaja hacia el oeste a 25mi/h. ¿A qué velocidad aumenta la distancia entre ellos dos horas después?

8. Se proporciona ecuaciones de movimiento de una partícula, en donde  $s$  se mide en metros y  $t$  en segundos. Encuentre (a) la velocidad y la aceleración en función de  $t$ , (b) la aceleración después de 1 segundo, y (c) la aceleración en los instantes en que la velocidad es 0.

a)  $s = t^3 - 3t$

c)  $s = t^2 - t + 1$

b)  $s = At^2 - Bt + C$

d)  $s = 2t^3 - 7t^2 + 4t + 1$

9. Se proporciona ecuaciones de movimiento de una partícula, en donde  $s$  se mide en metros y  $t$  en segundos. (a) ¿En qué momentos la aceleración es 0? (b) Encuentre el desplazamiento y la velocidad en dichos instantes.

a)  $s = t^4 - 4t^3 + 2$

b)  $s = 2t^3 - 9t^2$

10. Una masa sujeta a un resorte vertical tiene una función posición dada por  $y(t) = A \sin \omega t$ , en donde  $A$  es la amplitud de sus oscilaciones y  $\omega$  es una constante.

a) Encuentre la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

b) demuestre que la aceleración es proporcional al desplazamiento  $y$ .

c) Demuestre que la rapidez es máxima cuando la aceleración es 0.

11. Un objeto se mueve de tal manera que su velocidad  $v$  está relacionada con su desplazamiento  $s$  mediante la ecuación  $v = \sqrt{2gs + c}$  en donde  $c$  y  $g$  son constantes. Demuestre que la aceleración es constante.

12. ¿Cuál es el coeficiente de variación del volumen de un cubo con respecto a la longitud de cada lado?

13. a) El área de un círculo de radio  $r$  es  $\pi r^2$  y su circunferencia es  $2\pi r$ . Demostrar que el coeficiente de variación del área respecto al radio es igual a la circunferencia.

b) El volumen de una esfera de radio  $r$  es  $\frac{4}{3}\pi r^3$  y su circunferencia es  $2\pi r$ . Demostrar que el coeficiente de variación del volumen respecto al radio es igual al área.

Calcular los incrementos y diferenciales de las siguientes funciones:

14.  $y = 2x^2 - x$ , cuando  $x = 1$ ,  $\Delta x = 0,01$

15. Dada  $y = x^3 + 2x$ . Hallar  $\Delta y$  y  $dy$ , cuando  $x = -1$ ,  $\Delta x = 0,02$ .

16. Dada  $y = \sin x$ . Hallar  $dy$ , cuando  $x = \frac{\pi}{3}$ ,  $\Delta x = \frac{\pi}{18}$ .

17. Conociendo que  $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2 = 0,866025$ ;  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , hallar los valores aproximados de  $\sin 60^\circ 3'$  y  $\sin 60^\circ 18'$ . Comparar los resultados con datos tabulares.

18. Hallar el valor aproximado de  $\tan 45^\circ 4' 30''$

19. Conociendo que  $\log_{10} 200 = 2,30103$ , hallar el valor aproximado de  $\log_{10} 200,2$ .

20. ¿Cuál es el valor aproximado del error que puede cometerse al calcular el volumen y el área de un cubo de arista 6 cm, si se comete un error de 0,02 cm al medir la arista?

21. Las fórmulas para el área y el volumen de una esfera son  $S = 4\pi r^2$  y  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ . Si al medir el radio se obtiene 3m, a) ¿Cuáles son los errores máximos aproximados de  $S$  y  $V$  si las medidas son seguras hasta 0,01m? b) ¿Cuál es en cada caso el error máximo expresado en tanto por ciento?

22. Usando diferenciales, hallar un valor aproximado de cada una de las siguientes expresiones:

a)  $\sqrt{66}$       b)  $\sqrt[3]{120}$       c)  $\frac{1}{96}$

23. Hallar la diferencial de cada una de las siguientes funciones:

a)  $y = \sqrt{\frac{x}{a}} - \sqrt{\frac{a}{x}}$       c)  $\varrho = 2\sin \frac{\theta}{2}$

b)  $y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$       d)  $\varrho = \sqrt{ctg\theta}$

24. Hallar  $dx$  y  $dy$ , de cada una de las siguientes ecuaciones:

a)  $2x^2 + 3xy + 4y^2 = 20$

b)  $x + 4\sqrt{xy} + 2y = a$

c)  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$

d)  $\sin(x - y) = \cos(x + y)$



**UNMSM**